Контрольная работа

Тема:

**«Реализация и анализ цифрового фильтра с конечной импульсной характеристикой»**

**«Цифровая обработка сигналов»**

Вариант №8

**Задание:**

1. Разработать алгоритм, реализующий заданный тип фильтра в частотной области (с использованием алгоритма БПФ).

2. Составить программу, позволяющую получить:

* спектр входного сигнала;
* спектральную (амплитудно-частотную) характеристику окна;
* отклик фильтра на заданный сигнал;
* спектр выходного сигнала.

3. Проанализировать полученные результаты.

**Решение:**

Математическая запись сигнала во времени:



Найдем спектр заданного сигнала, для этого воспользуемся прямым преобразованием Фурье:



Затем найдем энергетический спектр сигнала, для этого возведем в квадрат модуль спектра сигнала:



Энергетический спектр сигнала имеет форму колокола, симметричного относительно начала координат, расходящийся по оси частот до бесконечности в обе стороны. Но так как фильтр с бесконечной полосой пропускания реализовать физически невозможно, определим верхнюю частоту с учетом того, что в задании полоса ФНЧ задается по уровню -3 дБ, т.е. по уровню половинной мощности:



Выразив , получаем: .



Дискретный сигнал, соответствующий заданному аналоговому сигналу будет выглядеть следующим образом:



Определим значение произведения , исходя из требования обеспечения уровня неопределённости (или наложения спектров) не хуже –13 дБ. Само же наложение спектров имеет место вследствие дискретизации сигнала (при невыполнении теоремы В.А. Котельникова), которая приводит к периодизации спектра сигнала с частотой .



Исходя из вышесказанного, для определения , сначала, найдём энергию сигнала, распределённую на участке от нуля до половины частоты дискретизации.



Далее, определим энергию, распределённую в диапазоне от половины частоты дискретизации до бесконечности:



Соотношение энергий будет задавать требуемый уровень неопределённости, а именно:



Решив это уравнение, получаем что, произведение = 0,238.



Теперь следует определить число отсчётов N, которое укладывается в периоде повторения Тп при частоте дискретизации равной 1/. Для этого найдем эффективную длительность импульса:



Получаем, что число отсчетов, укладывающееся в периоде повторения равно:

.



Найдем порядок ФНЧ:

Так как полоса фильтра равна единице, то частота среза ФНЧ будет равна:



При сопоставлении частоты среза Ωср ФНЧ и верхней частоты Ωв спектра сигнала получаем ориентировочный порядок L однородного фильтра. Исходя из того, что однородный фильтр является ФНЧ с полосой пропускания на уровне половинной мощности примерно равной π/L.



Полученное значение округляем до целого числа, в итоге получаем L=13.

Теперь можно приступить к синтезу фильтра. Алгоритм, позволяющий получить спектр входного сигнала. АЧХ «окна», АЧХ и ИХ фильтра, отклик фильтра на заданный сигнал, а также спектр выходного сигнала реализован в пакете MathCAD.

**Выводы:**

В данной работе был рассчитан цифровой фильтр ФНЧ с конечной импульсной характеристикой. Такие фильтры обладают рядом положительных свойств: они всегда устойчивы, позволяют обеспечить совершенно линейную фазочастотную характеристику (постоянное время запаздывания).

Синтез фильтра производился методом окна. По заданию был задан параболический тип окна.

Сначала были найдены параметры сигнала: а, ωД, ω0. Из условий, что уровень наложения спектров не хуже –13дБ. А также через эффективную длительность импульса, которая определяет энергетические характеристики сигнала. Далее сигнал был продискретизирован и найден его спектр.

Далее через нормируемую частоту фильтра было найдено число отсчётов фильтра.