# «Начала» Эвклида

Важнейший математический труд гениального Эвклида «Начала» имеет весьма почтенный возраст — свыше двух тысячелетий.

Шли века, менялись народы, исчезали с лица земли одни государства и возникали другие, рушились города, горели в пламени пожаров книги и библиотеки. А «Начала», написанные впервые на хрупком папирусе, прошли сквозь время.

Созданные в III в. до н. э. «Начала» не потеряли своего значения и сейчас. Они занимают особое место в истории математики.

Эвклид, один из величайших геометров, решил найти законы, которым подчиняются все линии и тела в природе, и расположить эти законы в строгой системе...

Большую часть жизни Эвклид провел в Александрии — городе, заложенном Александром Македонским на берегу Средиземного моря, у устья Нила. Царь Птолемей I сделал Александрию столицей Египта; чтобы возвеличить свое государство, он привлекал в страну ученых и поэтов, создав для них Мусейон— храм муз.

Здесь были залы для занятий, ботанический и зоологический сады, анатомический кабинет, астрономическая башня, комнаты для уединенной работы, а главное — большая библиотека.

В Мусейон стекались математики, астрономы, историки, поэты — Александрия стала мировым центром назлки и литературы. В разное время здесь читали лекции и работали многие выдающиеся ученые: Архимед, Аристарх Самосский, Гиппарх...

В Мусейон — основной научный центр эллинистического мира — был приглашен и знаменитый греческий математик Эвклид, живший в III в. до н. э. В Александрии он основал математическую школу, для учеников которой и написал свой фундаментальный научный труд — «Начала».

Эвклид обобщил достижения геометров, все знания, накопленные к тому времени. В этом ему помогли книжные собрания Александрийской библиотеки. В папирусных свитках запечатлелись и первые шаги египтян, и открытия «халдейких мудрецов» из Вавилона, и достижения греческих ученых. Эвклид всегда мог обратиться к математическим трудам своих предшественников.

...Египетские землемеры (а геометрия и означает «землемерие») уже в глубокой древности обладали большими познаниями. Они научились измерять площадь лрямоуголъников, треугольников, трапеций; нашли способ приблизительно вычислять площадь круга по его диаметру; им было и но свойство так называемого египетского треугольника с сторонами 3, 4, 5; они знали формулы для вычисления объемов куба, цилиндра, конуса, пирамиды...

Были сделаны и другие немаловажные открытия. Но все-таки как наука геометрия стала развиваться в Древней Греции. Кто же был первым геометром? Греки любили число «семь». У них — семь чудес света, семь великих мудрецов.

Один из них — Фалес Милетский (живший в VII — VI вв. до н. э.). Разносторонность интересов его поразительна. Вот некоторые свидетельства древних о Фалесе. Он и «мудрый советчик в государственных и военных делах» (Плутарх), и «первый физик» (Плиний), и «первый геометр» (Апулей), и «первый астроном» (Эвдем). Кроме того — он путешественник, метеоролог, поэт...

Предполагают, что геометрию и астрономию он изучал в Египте. Ему приписывают первое применение циркуля и угломера, измерение высоты пирамиды по длине ее тени и своей собственной, а также способ определения расстояния корабля от берега. Но главное — Фалес попытался логически осмыслить и систематизировать те открытия в математике, которые были сделаны в Вавилоне и Египте.

Следуя за Фалесом, Пифагор — глава первой математической школы — старался доказать теоремы при помощи чисто логического мышления. Очень много сделал для развития геометрии Аристотель.

Можно назвать и других математиков, которые занимались геометрией в период от Фалеса Милетского до Аристотеля. Возникла потребность в стройной логической системе, общей схеме построения науки. Эту схему и дал Эвклид.

Конечно, он опирался на труды своих предшественников, но нигде не упоминает о первоисточниках. Так, установлено, что разрозненные математические знания, отдельные теоремы и их доказательства были впервые собраны и систематизированы в «Началах» Гиппократа Хиосского (он преподавал в Афинах в середине V в. до н. э.). Сочинение утеряно. Основные положения «Начал» Гиппократа вошли в первые четыре книги «Начал» Эвклида.

Сведений о жизни Эвклида почти не сохранилось; остались лишь две-три легенды. Первый комментатор «Начал» Прокл (V в. н. э.) уже не мог указать, когда и где родился Эвклид, когда умер. Это и не удивительно. Для нас, представителей XX в., и тот и другой жили в глубокой древности: один пятнадцать столетий назад, а другой — двадцать два, но для Прокла Эвклид — тоже древность, между ними лежит восемьсот лет! Все равно как для нас автор «Слова о полку Игореве».

Прокл установил, что «этот муж (т. е. Эвклид) жил в эпоху Птолемея I, ибо Архимед, который жил тотчас же вслед за царствованием Птолемея I, упоминает о нем». А затем следуют легенды.

Так, рассказывают, что однажды Птолемей решил выучить геометрию. Вскоре обнаружилось, что овладеть математическими премудростями не так-то просто. Тогда он призвал Эвклида, попросил указать ему легкий путь к математике. Ученый ответил: «К геометрии нет царской дороги».

Вторая легенда. К Эвклиду пришел молодой человек и стал под его руководством постигать геометрию. Изучив несколько первых теорем, юноша задал естественный вопрос — какова будет практическая польза от штудирования «Начал». Эвклид не удостоил ученика ответом. Он призвал раба и сказал: «Дай ему грош, он хочет извлечь выгоду из учения».

Некоторые биографические данные имеются на страницах арабской рукописи XII в.: «Эвклид, сын Наукрата, сына Зенарха, известный под именем «Геометра», ученый старого времени, по своему происхождению грек, по местожительству сириец, родом из Тира».

Известно также, что первоначальное образование он получил от учеников Платона, а ведь над входом в Академию, основанную Платоном, была надпись: «Да не войдет сюда тот, кто не знает геометрии». Таким образом, о жизни великого человека почти ничего не известно, время поглотило его...

Но остался основной его труд — знаменитые «Начала». Тот же Прокл об Эвклиде говорит: «Он в самом деле был первым, о котором сообщается, что он действительно составил «Начала». Ну а все интереснейшие подробности о самом великом труде Эвклида Вы узнаете из следующего выпуска рассылки.

Весь труд состоит из тринадцати книг, в содержание которых входит прежде всего изучение геометрических фигур на плоскости. Но для этого требуются числа, поэтому Эвклид излагает учение о целых числах и дробях.

Затем исследование распространяется с плоскости на пространство, на взаимоположение и величины поверхностей и объемы тел. Словом, «Начала» включают основы планиметрии, стереометрии, арифметики...

Главная особенность «Начал» — они построены по единой логической схеме, а все теории в них логически обоснованы.

Труд Эвклида справедливо считается образцом дедуктивной системы. Небольшое число основных положений принимается без доказательств. Исходными положениями, на которых Эвклид строит систему геометрии, служат определения, аксиомы и постулаты.

Каждая из тринадцати книг начинается определением терминов, которые в ней появляются.

Вначале Эвклид вводит определения основных понятий —- точка, линия, прямая линия, плоскость, угол, фигура... Первой книге, кроме того, предшествуют аксиомы и постулаты (в некоторых списках «Начал» аксиомы и постулаты объединены в одну группу аксиом).

Свое величественное здание, свою грандиозную геометрию Эвклид построил с удивительной стройностью, ясностью и широтой. В «Началах» подведен итог трехсотлетнего развития математики начиная с Фалеса Милетского.

В древности «Начала» сразу же получили широкую известность и стали быстро распространяться по всему свету, удивляя и покоряя умы.

Ученый Э. Кольман говорит о «Началах»: «Не может быть сомнения, что автор этого замечательного труда был великим геометром. Гигантская задача систематизации обширного разнообразного материала, которую он столь блестяще выполнил, сама по себе была под силу лишь крупнейшему ученому.

Этот труд, являющийся одной из самых распространенных книг, выдержавших на протяжении более чем двух тысячелетий очень большое количество изданий в переводах на многочисленные языки, в сокращенных и переработанных вариантах, служит до сих пор, несмотря на громадное развитие, которое проделала за этот период геометрия, образцом для учебников элементарной геометрии».

Надо напомнить, что книга эта первоначально была написана на папирусных свитках, с нее снимали копии и, вероятно, в большом количестве. Нетрудно представить, как трудолюбивые писцы в разных городах и странах старательно переписывали заостренными тростинками на папирусе самых высших сортов теоремы Эвклида, с помощью циркуля и линейки чертили геометрические фигуры.

«Начала» пользовались большой популярностью: Архимед, Аполлоний Пергский и другие выдающиеся мыслители опирались на них в своих исследованиях в области математики и механики.

Учеником Эвклида был и Аристарх Самосский, тот самый, кто выдвинул гипотезу о движении Земли вокруг Солнца. Ученики и последователи великого математика снова и снова изучали его труд, делали на полях заметки, пояснения, исправления...

С папируса «Начала» перешли на пергамент, потом на бумагу... Копии следовали одна за другой — иначе вряд ли дошел бы до нас этот неповторимый труд. К сожалению, не сохранилось ни одной рукописи «Начал» эпохи античности, за исключением небольших отрывков, которые были найдены при раскопках в Египте и Геркулануме.

...Постепенно, вместе с упадком античного общества, число геометров уменьшается. К середине II в. до н. э. преподавание этой науки не поднимается выше школьного уровня, а за пределами Александрии становится поверхностным.

Римляне, например, лишь заучивали определения и формулировки теорем. Возникла даже легенда, будто Эвклид составил всего-навсего формулировки теорем. Словом, наука не развивалась, наступило время комментаторов и компиляторов.

Среди них заслуживает упоминания Папп Александрийский, живший в конце III в. н. э. Он занялся восстановлением позабытых к тому времени математических знаний. В его основном труде — «Математическое собрание» — одна из частей отведена комментариям «Начал» Эвклида.

«Собрание» Паппа — нечто вроде учебника для изучающих геометрию, с историческими справками, с улучшением и видоизменением известных теорем и доказательств.

Другой математик, Теон Александрийский (отец знаменитой Гипатии— женщины-математика, астронома, философа, растерзанной толпой религиозных фанатиков) частично упростил труд великого геометра, внес в него некоторые дополнения и исправления.

Этот текст «Начал» был весьма распространен в средние века. Более того, все рукописи, дошедшие до нас (за исключением одной), основываются на издании Теона.

Наконец, в V в. н. э., после гибели Александрийской научной школы, математик и философ Прокл прокомментировал «Начала» Эвклида (сохранилась только часть работы)...

Правда, в Константинополе сберегались многие старые своды рукописей, и здесь-то комментаторы продолжали хранить память о греческой науке. Среди других трудов были и «Начала» Эвклида, которые несколько веков не находили применения, были как бы похоронены. Они вновь стали известны только к концу средних веков, когда арифметика, геометрия входят в круг высшего образования.

Древнейшая рукопись «Начал» представляет собой копию, сделанную в 888 г. монахом Стефаном для архиепископа Цезарейского. В том же IX в. своими математическими познаниями славился митрополит Лев Солунский, который собрал большую библиотеку, включавшую сочинения Архимеда, Эвклида, Птолемея...

Существует много рукописей «Начал», относящихся к X—XII вв., все они появились на территории Византийской империи и копируют «издание» Теона Александрийского. И неизвестно, сколько промежуточных копий лежит между этими рукописями и их первоисточником.

Из Византии «Начала» попали в страны арабского Халифата. Арабы тщательно собирали, изучали и переводили на свой язык книги древнегреческих ученых по математике, астрономии, медицине. Благодаря этим переводам многие выдающиеся произведения древнегреческой и эллинистической науки дошли до нашего времени.

«Начала» Эвклида были переведены на арабский язык уже в конце IX в. (первый перевод сделан известным арабским переводчиком Исхаком). Труд греческого ученого служил в арабских странах учебным руководством и основой для дальнейших исследований.

Можно назвать около пятидесяти математиков, живших в VIII—XV вв., которые занимались переводами, переделками и комментированием «Начал».

Много сделал, чтобы привлечь внимание к «Началам», крупнейший философ того времени ал-Фараби, уроженец местечка близ г. Фараба на Сырдарье. Работал он в Багдаде и Алеппо. Этот ученый составил комментарий к первой и пятой книгам Эвклида.

Омар Хайям — поэт и математик — написал книгу, в которой заменил аксиому параллельных рядом других допущений, которые можно связать с идеями неэвклидовой геометрии.

После того как монголы разграбили Багдад (1256 г.), неподалеку от него — в Марагинской обсерватории — возник новый центр культуры, где трудился ученый ат-Туси. Ему принадлежат два издания «Начал» с собственными добавлениями и изменениями.

Немало арабских ученых работало и в Кордовском Халифате (Пиренейский полуостров). Их заслуга — в установлении научных контактов со странами Европы; здесь трудились переводчики и комментаторы арабских и переведенных с греческого сочинений.

Итак, с мудростью Эвклида начинает знакомиться Европа. Первую попытку перевести «Начала» с арабского на латынь предпринял итальянец Герард из Кремоны в Ломбардии (1114—1187 гг.). Это был выдающийся переводчик своего времени, число трудов, переведенных им с арабского, приближается к девяноста.

Новый перевод «Начал» Эвклида дал столетие спустя математик-астроном Джованни Кампано из Новары (близ Милана). Он дополнил перевод собственными пояснениями и размышлениями. Следует подчеркнуть, что перевод Кампано послужил оригиналом для первого печатного издания этого наиболее капитального научного произведения классической древности.

Книга вышла из печати в 1482 г. в Венеции у немца Э. Ратдольта и называлась: «Преславная книга начал Эвклида».

Сыграли свою роль в развитии математики в Европе университеты, которые стали возникать в первой половине XI в. Правда, на протяжении нескольких столетий она оставалась вспомогательной дисциплиной, и особых кафедр, да и особых преподавателей математики, не было.

Студентов весьма поверхностно знакомили с несколькими книгами «Начал». Об Эвклиде знали так мало, что некоторые полагали, что его «Начала» были написаны по-арабски, а другие — что он дал только теоремы, а доказательства к ним представил Теон.

В XVI в. в Парижском университете кандидаты на степень магистра искусств вместо сдачи экзамена по геометрии должны были присягать в том, что прослушали лекции по шести первым книгам «Начал».

И все ж из недр университетов в то время вышли многие замечательные математики, которые не только усваивали «Начала» Эвклида, но и развивали математику. Но действительно славное шествие «Начал» по странам Европы началось только в эпоху Возрождения, когда, как сказал Франсуа Рабле, «всюду мы видим ученых людей, образованнейших наставников, обширнейшие книгохранилища, так что, на мой взгляд, даже во времена Платона, Цицерона и Папиниана было труднее учиться, нежели теперь, и скоро для тех, кто не понаторел в Минервиной школе мудрости, все дороги будут закрыты. Ныне разбойники, палачи, проходимцы и конюхи более образованны, нежели в мое время доктора наук и проповедники».

...Шли века, а Эвклид не старел. На протяжении четырех столетий его основное произведение публиковалось около 2500 раз. В среднем выходило ежегодно 6—7 изданий! А лучшим считается издание датского ученого И. Гейберга в пяти томах (1883—1888 гг.), в котором приводится и греческий и латинский текст.

«Начала» Эвклида — книга в истории человечества уникальная. Достаточно сказать, что учебники, по которым сейчас ведется первоначальное обучение в школе, представляют собой переработку труда Эвклида.

Без преувеличения можно сказать, что влияние «Начал» Эвклида испытали на себе многие выдающиеся ученые. С томом Эвклида не расставался с юности до последних дней Николай Коперник; тщательно изучал «Начала» Галилео Галилей; вслед за Эвклидом и Ньютон свой фундаментальный труд назвал «Началами»; план своего основного сочинения «Этика» Спиноза целиком взял из Эвклида.

Средневековый итальянский математик Кардано писал о «Началах» Эвклида: «Неоспоримая крепость их догматов и их совершенство настолько абсолютны, что никакое другое сочинение, по справедливости, нельзя с ним сравнивать. В них отражается такой свет истины, что, по-видимому, только тот способен отличить в сложных вопросах геометрии истинное от ложного, кто усвоил Эвклида».

Геометрией Эвклида был очарован и Альберт Эйнштейн. Он говорил: «Мы почитаем древнюю Грецию как колыбель западной науки. Там была впервые создана геометрия Эвклида — это чудо мысли, логическая система, выводы которой с такой точностью вытекают один из другого, что ни один из них не был подвергнут какому-либо сомнению.

Это удивительнейшее произведение мысли дало человеческому разуму ту уверенность в себе, которая была необходима для его последующей деятельности. Тот не рожден для теоретических исследований, кто в молодости не восхищался этим творением».

А о том, что один из постулатов Эвклида на протяжении двадцати веков — вплоть до Лобачевского — тщетно пытались доказать многие математики, будет рассказано в следующем выпуске рассылки.

Такова судьба замечательной книги Эвклида, книги, пронизавшей, по словам замечательного русского ученого С. И. Вавилова, века.

 Список литературы