## Тема: "Сигналы и их характеристики"

***Сигнал*** - физический процесс, отображающий сообщение. В технических системах чаще всего используются электрические сигналы. Сигналы, как правило, являются функциями времени.

## 1. Классификация сигналов

Сигналы можно классифицировать по различным признакам:

1. ***Непрерывные (***аналоговые) - сигналы, которые описываются непрерывными функциями времени, т.е. принимают непрерывное множество значений на интервале определения. ***Дискретные*** - описываются дискретными функциями времени т.е. принимают конечное множество значений на интервале определения.

***Детерминированные -*** сигналы, которые описываются детерминированными функциями времени, т.е. значения которых определены в любой момент времени. ***Случайные -*** описываются случайными функциями времени, т.е. значения которых в любой момент времени является случайной величиной. Случайные процессы (СП) можно классифицировать на стационарные, нестационарные, эргодические и неэргодические, а так же, гауссовы, марковские и т.д.

3. ***Периодические*** - сигналы, значения которых повторяются через интервал, равный периоду

*х (t) = х (t+nT),* где *n* = 1,2,...,∞; *T -* период.

4. ***Kаузальные -*** сигналы, имеющие начало во времени.

5. ***Финитные -*** сигналы конечной длительности и равные нулю вне интервала определения.

6. ***Когерентные*** - сигналы, совпадающие во всех точках определения.

7. ***Ортогональные*** - сигналы противоположные когерентным.

## 2. Характеристики сигналов

1. ***Длительность сигнала (***время передачи) *Тс* - интервал времени, в течении которого существует сигнал.

2. ***Ширина спектра*** *Fc* - диапазон частот, в пределах которых сосредоточена основная мощность сигнала.

3. ***База сигнала*** - произведение ширины спектра сигнала на его длительность.

4. ***Динамический диапазон*** *Dc -* логарифм отношения максимальной мощности сигнала - *Pmax* к минимальной - *Pmin* (минимально-различи-мая на уровне помех):

*Dc = log (Pmax/Pmin).*

В выражениях, где может быть использованы логарифмы с любым основанием, основание логарифма не указывается.

Как правило, основание логарифма определяет единицу измерения (например: десятичный - [Бел], натуральный - [Непер]).

5. ***Объем сигнала*** определяется соотношением*Vc = TcFcDc*.

6. ***Энергетические характеристики:*** мгновенная мощность - *P (t);* средняя мощность - *Pср* и энергия - *E.* Эти характеристики определяются соотношениями:

*P (t) = x2 (t); ;*  (1)



где *T = tmax-tmin*.

## 3. Математические модели случайных сигнлов

Детерминированное, т.е. заранее известное сообщение, не содержит информации, т.к получателю заранее известно, каким будет переда-ваемый сигнал. Поэтому сигналы носят статистический характер [11].

Случайный (стохастический, вероятностный) процесс - процесс, который описывается случайными функциями времени.

Случайный процесс *Х (t)* может быть представлен ансамблем неслучайных функций времени *xi (t),* называемых реализациями или выборками (см. рис.1).

X(t)

x1(t)

x2(t)

xn(t)

*0 t1 t2 t*

Рис.1. Реализации случайного процесса *X (t)*

Полной статистической характеристикой случайного процесса является *n -* мерная функция распределения: *Fn (x1, x2,..., xn; t1, t2,..., tn),* или плотность вероятности *fn (x1, x2,..., xn; t1, t2,..., tn).*

Использование многомерных законов связанно с определенными трудностями,поэтому часто ограничиваются использованием одномерных законов *f1 (x, t),* характеризующих статистические характеристики случайного процесса в отдельные моменты времени, называемые сечениями случайного процесса или двумерных *f2 (x1, x2; t1, t2),* характеризующих не только статистические характеристики отдельных сечений, но и их статистическую взаимосвязь.



Законы распределения являются исчерпывающими характеристиками случайного процесса, но случайные процессы могут быть достаточно полно охарактеризованы и с помощью, так называемых, числовых характеристик (начальных, центральных и смешанных моментов). При этом наиболее часто используются следующие характеристики: математическое ожидание (начальный момент первого порядка)

; (2)



средний квадрат (начальный момент второго порядка)

; (3)



дисперсия (центральный момент второго порядка)

; (4)



корреляционная функция, которая равна корреляционному моменту соответствующих сечений случайного процесса



. (5)



При этом справедливо следующее соотношение:

(6)



***Стационарные процессы*** - процессы, в которых числовые характеристики не зависят от времени.

***Эргодические процессы*** - процесс, в которых результаты усреднения и по множеству совпадают.

***Гауссовы процессы*** - процессы с нормальным законом распределения:

(7)



Этот закон играет исключительно важную роль в теории передачи сигналов, т.к большинство помех являются нормальными.

В соответствии с центральной предельной теоремой большинство случайных процессов являются гауссовыми.

М***арковский процесс*** - случайный процесс, у которых вероятность каждого последующего значения определяется только одним предыдущим значением.

## 4. Формы аналитического описания сигналов

Сигналы могут быть представлены во временной, операторной или частотной области, связь между которыми определяется с помощью преобразований Фурье и Лапласа (см. рис.2).

**Преобразование Лапласа:**

L: L-1: (8)



**Преобразования Фурье:**

F: F-1: (9)



L:

t

p

ω

L-1:

F-1 : p=jω

F: jω=p

Рис.2 Области представления сигналов

При этом могут быть использованы различные формы представления сигналов с виде функций, векторов, матриц, геометрическое и т.д.

При описании случайных процессов во временной области используется, так называемая, корреляционная теория случайных процессов, а при описании в частотной области - спектральная теория случайных процессов.

С учетом четности функций и и в соответствии с формулами Эйлера:



(10)



можно записать выражения для корреляционной функции *Rx (τ)* и энергетического спектра (спектральной плотности) случайного процесса *Sx (ω),* которые связанны преобразованием Фурье или формулами Винера - Хинчина

; (11)



. (12)



## 5. Геометрическое представление сигналов и их характеристик

Любые *n -* чисел можно представить в виде точки (вектора) в *n* -мерном пространстве, удаленной от начала координат на расстоянии *D*,

где *. (*13)



Сигнал длительностью *Tс* и шириной спектра *Fс*, в соответствии с теоремой Котельникова определяется *N* отсчетами, где *N = 2Fc Tc*.

Этот сигнал может быть представлен точкой в n - мерном пространстве или вектором, соединяющим эту точку с началом координат [5].

Длина этого вектора (норма) равна:

; (14)



где *xi =x (nΔt) -* значение сигнала в момент времени *t = n. Δt.*

Допустим: *X* - передаваемое сообщение, а *Y* - принимаемое. При этом они могут быть представлены векторами (рис.3).

*X2 ,Y2*

*x2 X*

*d*

*y2 Y*

*γ*

*X1 , Y1*

*0 α1 α2 x1 y1*

Рис.3. Геометрическое представление сигналов

Определим связи между геометрическим и физическим представлением сигналов. Для угла между векторами *X* и *Y* можно записать

*cosγ = cos (α1-α2) = cosα1 cosα2 + sinα1 sinα2 =*

*= (*15)



Для *N -* отсчетов:

*cosγ*  (16)



Найдем модуль формального вектора. Для этого рассмотрим кванто-ванный сигнал (рис. 4).

*X*

*0 Δt t*

*T*

Рис. 4. График сигнала

Рис.4. График сигнала

Средняя мощность сигнала

.



Энергия сигнала

.



Энергия кванта

.



Энергию квантованного сигнала можно определить по формуле

.



При этом модуль сигнала равен

.



Взаимная корреляционная функция равна

.



При этом

.



Это нормированная корреляционная функция

Если *γ* = 90о, то ρxy (τ) = 0 - сигналы ортогональны, т.е. независимы;

Если *γ* = 0, то ρxy (τ) = 1 - передаваемый сигнал равен принятому;

Вектор *d* - характеризует (помеху) ошибку. Определим дисперсию ошибки:



По вектору ошибки определяют, допустима ли ее величина.

## Список литературы

1. Hayes, M. H. Statistical Digital Signal Processing and Modeling. New York: John Wiley & Sons, 1996.
2. Баскаков С.И. Радиотехнические цепи и сигналы: Учеб. для вузов по спец. "Радиотехника". - М.: Высш. шк., 2000.
3. Голд Б., Рэйдер Ч. Цифровая обработка сигналов / Пер. с англ., под ред.А.М. Трахтмана. - М., "Сов. радио", 1973, 368 с.
4. Гринченко А.Г. Теория информации и кодирование: Учебн. пособие. - Харьков: ХПУ, 2000.
5. Карташев В.Г. Основы теории дискретных сигналов и цифровых фильтров. - М.: Высш. шк., 1982.
6. Колесник В.Д., Полтырев Г.Ш. Курс теории информации. -М.: Наука, 1982.
7. Куприянов М.С., Матюшкин Б.Д. - Цифровая обработка сигналов: процессоры, алгоритмы, средства проектирования. - СПб.: Политехника, 1999.
8. Марпл С.Л. Цифровой спектральный анализ. М.: Мир, 1990.
9. Рудаков П. И, Сафонов В.И. Обработка сигналов и изображений Matlab 5. x. Диалог-МИФИ. 2000.
10. Сергиенко А.Б. Цифровая обработка сигналов. - СПб.: Питер, 2002.